引文格式:张浩越,赵春梅,何正斌.TLE机动检测中的抗差高斯混合模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(11):2365-2372.DOI:10.13203/j.whugis20230360

Citation:ZHANG Haoyue,ZHAO Chunmei,HE Zhengbin.Robust Gaussian Mixture Model for Maneuver Detection Using TLE Data[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(11):2365-2372.DOI:10.13203/j.whugis20230360

TLE机动检测中的抗差高斯混合模型

张浩越[1,2,3] 赵春梅[2,3] 何正斌[2,3]

1 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院,辽宁 阜新,123000

2 中国测绘科学研究院大地测量与导航定位研究所,北京,100036

3 北京房山人卫激光国家野外科学观测研究站,北京,100036

摘 要:基于两行根数(two-line elements,TLE)进行空间目标机动检测是空间态势感知的重要手段。然而两行根数精度有限且带有噪声,机动检测的难度和不确定性较大。为解决该问题,结合传统高斯混合模型和抗差估计理论,提出一种抗差高斯混合模型(robust Gaussian mixture model,RGMM)。该模型以TLE半长轴预报误差变化率为基础,在参数解算过程中加入抗差校正函数,通过约束可疑数据的后验概率来提高模型的鲁棒性。以典型的空间目标为例,与传统高斯混合模型对比TLE机动检测性能。实验结果表明,相较于传统高斯混合模型,RGMM检测召回率和F1分数分别提高了60.6%和18%,可有效提高机动事件检测的综合性能,对于空间态势感知中机动事件敏感的任务具有重要意义。

关键词:机动检测;两行根数;抗差估计;高斯混合模型

中图分类号:P207 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-07-20

DOI:10.13203/j.whugis20230360 **文章编号**:1671-8860(2025)11-2365-08

Robust Gaussian Mixture Model for Maneuver Detection Using TLE Data

ZHANG Haoyue[1,2,3] *ZHAO Chunmei*[2,3] *HE Zhengbin*[2,3]

1 School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

2 Institute of Geodesy and Navigation Positioning, Chinese Academy of Surveying & Mapping, Beijing 100036, China

3 Beijing Fangshan Satellite Laser Ranging National Observation and Research Station, Beijing 100036, China

Abstract: **Objectives**: The number of space objects has grown exponentially due to increased space activities, significantly increasing the collision risk in the Earth's orbit. Proactive detection and accurate monitoring of changes in the orbits of space objects, including in-orbit collisions and orbital maneuvers of space objects, have become essential. Two-line elements (TLE) set is a data format containing information on the movement of objects in the Earth's orbit. It is the primary resource for monitoring space objects. However, frequent variations in the orbits can cause anomalies in TLE data, potentially affecting the accuracy of maneuver detection. Therefore, we propose a new maneuver detection methodology that uses a robust Gaussian mixture model (RGMM) to perform probabilistic adjustment of TLE. **Methods**: The method used the rate of change of TLE semi-major axis prediction error to detect maneuvers. The robustness of the model is improved by pruning Gaussian mixture model (GMM) and constraining a posteriori probability of suspicious data through the incorporation of a robust correction function in the parameter solving process. We compared the performance of the proposed approach for detecting the maneuver of a typical space object with GMM. **Results**: The results show that: (1) RGMM demonstrated greater stability and robustness to outliers in comparison to GMM. It is effective in accurately modelling the probability distribution of the rate of change of TLE semi-major axis prediction error. (2) Maneuver detection experiments indicated that RGMM outperformed GMM. It had a 60.6% higher recall and 18% higher $F1$ score than GMM. **Conclu-**

基金项目:国家自然科学基金(42174033);国家重点研发计划(2020YFB0505801,2020YFB0505802)。

第一作者:张浩越,博士,主要从事空间碎片轨道预报方法研究。longzhmm@163.com

通信作者:赵春梅,博士,研究员。zcm@casm.ac.cn

sions: The appropriate processing of the anomalous data can improve the model's performance for maneuver detection using TLE data with errors. RGMM can be used to analyze the movements of space objects and ensure greater safety in executing future complex space missions. We plan to improve the model's performance in future research by incorporating more advanced algorithms.

Key words: maneuver detection; two-line elements; robust estimate; GMM

空间目标是指地球轨道上的一切人造物体,包括在轨航天器、火箭残骸和空间碎片等。随着太空活动的增加,空间目标数量呈指数增长,加剧了轨道拥挤状况和碰撞风险[1]。据统计,在轨编目数量已达44 700个,其中大部分是不受控制的空间碎片,这给在轨航天器的运行安全带来了巨大的威胁[1-2]。为了维护空间安全,需要通过空间监视系统对地球轨道上所有目标的位置、特性、功能以及空间环境进行监控,即进行空间态势感知[3]。空间目标编目是空间态势感知的基础,但由于观测数据获取的成本较高且观测设备能力有限,空间目标可能由于太空气候变化、空间碰撞或轨道机动等空间事件而丢失在目录中[4]。因此,及时准确地检测出空间目标的轨道机动是保障空间目标运行安全的重要手段。

轨道机动会引起空间目标轨道状态的异常变化,对获取到数据的特定参数进行检测即可获得机动信息。根据数据的时效性,可将轨道机动探测分为两个部分:实时轨道数据处理和历史数据的机动检测[5]。其中实时轨道数据处理难以满足对空间目标的持续监测,更适合应用于目标跟踪、任务规划和轨道恢复等领域[6-8]。而从历史轨道数据中获取机动信息,可以分析预测其活动规律,是支撑空间态势感知的另一重要途径[9]。美国战略司令部在Spacetrack网站发布的两行根数(two-line elements,TLE)数据是目前为止公开发布的最完备的空间目标轨道信息编目数据[10],是历史机动检测的重要数据源。国内外学者提出了多种TLE机动检测算法,根据TLE使用要素的不同可以分为两类。一类是对TLE导出量进行机动检测。例如文献[11-13]使用了一种移动窗口拟合技术,对窗口内的半长轴进行拟合,并据此推断未来时刻的预测值。这种做法会对窗口内的数据进行"平均",检测效果随窗口的增大而变化。由于TLE发布时间不固定,固定的窗口长度难以确定。文献[14-15]则假设非机动目标的半长轴变化不大,对TLE数据进行统计分析,并据此检测出概率意义上的异常编目数据。另一种机动检测算法同样是基于概率统计方法,但其分析不再是目标轨道是否稳定,而是TLE导出量的预报值与编目值是否在一定限值内。文献[16-17]据此进行了机动检测实验,基于高斯分布假设并利用欧氏距离或马氏距离等判别方法成功检测到了机动事件。但由于TLE精度波动较大,很难探测到低推力卫星机动事件[18]。近年来,基于机器学习的机动检测算法不断发展。这类方法可以自动学习数据的特征和规律,准确分析并完成事先给定的任务。目前如生成对抗网络、马尔可夫链、长短期记忆网络、人工神经网络、高斯二分类、自动编码器网络等方法应用于机动检测均有较好的效果,然而却鲜有机动检测文献关注到模型的鲁棒性问题[19-24]。

由于目标机动、空间目标碰撞、空间环境改变和错误匹配等事件,TLE数据的异常值不可避免。如果不处理这些异常值,势必会影响机动检测的准确度。目前数据清理只能削弱TLE异常程度,不能完全保证TLE序列干净,这可能会对后续任务造成不利影响[25]。为了解决这一问题,本文结合高斯混合模型(Gaussian mixture model,GMM)和抗差估计理论,提出一种适用于TLE机动检测的抗差高斯混合模型(Robust GMM,RGMM),可以在噪声不可避免时仍能得到较好的模型估值。该模型以TLE半长轴预报误差变化率为基础,在参数解算过程中加入抗差校正函数,通过约束可疑数据的后验概率来解决模型的鲁棒性问题,最终提高RGMM在TLE机动检测中的适用性。

1 研究方法

GMM的概率密度函数由多个高斯分布线性组合而成[26]。设x为随机变量,GMM描述如下:

$$P(x|\theta)=\sum_{k=1}^{K}\alpha_k f(x,\mu_k,\sigma_k^2)=\sum_{k=1}^{K}\alpha_k\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_k}\exp\left[-\frac{(x-\mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right] \tag{1}$$

式中,K是高斯分量的数目;参数θ包括每个分量的权重α_k、期望μ_k和方差σ_k^2。文献[27]表明GMM个数取4时足以得到满意的拟合效果,因此本文取$K=4$。

在样本数据存在粗差的情况下,为了避免估计的GMM参数失真,本文对传统GMM模型中单独的一个高斯分量比例因子进行约束,具体如下:

$$P(x|\theta)=\sum_{k=1}^{K-1}\alpha_k f\left(x,\mu_k,\sigma_k^2\right)+wf\left(x,\mu_K,\sigma_K^2\right) \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{K-1}\alpha_k+w=1 \quad (3)$$

式中,w是异常水平因子,也是第K个高斯分量的比例因子,是衡量GMM拟合能力与模型复杂度关系的参数。通过固定参数w并在参数估计后进行剪枝,可以简化估计过程并防止GMM过拟合[28]。考虑到TLE平均运动(与半长轴有关)难以判断是否为异常值的数量不超过10个,且本实验所选择目标的TLE样本数量在数千量级,因而$w=0.001$[25]。

除了对高斯混合模型的分量进行设置外,本文在抗差高斯混合模型参数估计中引入了抗差校正函数,通过限制异常样本对参数估计的影响,从而可保证数据与其他分量匹配的正确性。下面将重点阐述抗差校正函数。

期望最大化算法是迭代估计GMM参数的有效方法,其迭代过程主要分为两步:E步和M步[29]。E步是根据当前的模型参数,计算第i个样本对第k个高斯分量的响应度,表示为当前模型下观测数据来自各个分模型的概率。响应度计算的好坏正是GMM实现低误判、漏检和泛化能力的关键。对此,本文改进了响应度函数,引入了抗差校正函数来表达样本与各分量的匹配程度。校正后响应度公式如下:

$$\gamma_{ik}=\frac{\alpha_k f\left(x_i,\mu_k,\sigma_k^2\right)}{P\left(x_i|\theta\right)}*L_i(k) \quad (4)$$

$$L_i(k)=\begin{cases}\dfrac{P\left(x_i|\theta\right)}{\sum_{k=1}^{K-1}\alpha_k f\left(x_i,\mu_k,\sigma_k^2\right)}*p_i,k<K\\ \dfrac{P\left(x_i|\theta\right)}{wf\left(x_i,\mu_K,\sigma_K^2\right)}*\left(1-p_i\right),k=K\end{cases} \quad (5)$$

式中,γ_{ik}为样本i对分模型k的响应度;L函数为抗差校正函数,表示第i个样本与第k个分量的匹配程度;p_i为抗差因子,表示第i个样本的可信程度。

为了实现样本的正确匹配,本文采用了抗差校正函数,其中抗差因子p_i是一个重要的参数。根据TLE元素的精度范围和出现概率,将TLE样本数据分为3个类别:正常段、可疑段和淘汰段。正常段包含精度范围内数据较为集中的样本,可疑段包含精度范围内数据较为分散的样本,而淘汰段则包含超出精度范围且出现概率较小的样本。目前抗差估计等价权方案有Huber法、Danish法、IGGⅢ法等,但仅有IGGⅢ方案同时包含正常段、可疑段和淘汰段[30-31]。因此本文参考IGGⅢ法对抗差因子p_i进行设置,具体如下:

$$p_i=\begin{cases}p_0,v_i<c_0\\ p_0\dfrac{c_0}{v_i}\left(\dfrac{c_1-v_i}{c_1-c_0}\right)^2,c_0\leqslant v_i<c_1\\ 0,v_i\geqslant c_1\end{cases} \quad (6)$$

$$v_i=\frac{d_{ik}}{\sigma},p_0+w=1 \quad (7)$$

式中,v_i表示第i个样本的标准化距离;d_{ik}表示第i个样本点与最佳高斯分量μ_k的距离;σ是第k个高斯分量方差σ_k^2的算术平方根;c_0、c_1是常数,与使用场景有关,取值范围一般分别为1~1.5和2.5~8;p_0表示正常样本占总体GMM的比例,其取值由w确定。

M步是当前模型下观测数据来自各个分模型概率确定的情况下,通过极大化似然函数来寻找更合适的模型参数。具体估计新一轮模型参数的公式如下:

$$\alpha_k=\begin{cases}\dfrac{(1-w)\sum_{i=1}^{N}\gamma_{ik}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K-1}\gamma_{ik}},k<K\\ w,k=K\end{cases} \quad (8)$$

$$u_k=\frac{\sum_{i=1}^{N}\gamma_{ik}x_i}{\sum_{i=1}^{N}\gamma_{ik}},\sigma_k^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}\gamma_{ik}\left(x_i-u_k\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\gamma_{ik}} \quad (9)$$

式中,α_k为GMM第k个高斯分量的比例系数。

在期望最大化算法迭代估计模型参数后,忽略第K个分量并将前$K-1$个分量的比例系数等比缩放以建立GMM模型。此时以新建立的GMM为基础来计算95%概率所对应的检测阈值,最终对超出检测阈值的TLE数据进行机动检测。从理论上来说,检测出的编目异常值可直接认定是机动事件导致的。然而TLE本身包含噪声数据,即使某个编目值被检出为异常值,并不能认定它必然是由轨道机动造成的。由于本文篇幅所限,机动检测的步骤不是本文重点,具体阈值计算及机动检测方法可参考文献[32],整体处理流程如图1所示。

2　实验结果与分析

本文将从TLE样本特点、概率密度拟合情况

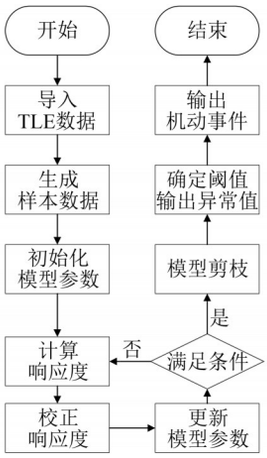


图1 机动检测流程图

Fig. 1 Flowchart of Maneuver Detection

和机动事件检测3个方面分析并验证RGMM模型在TLE机动检测领域的有效性,采用精确率P、召回率R和$F1$分数作为评价指标,以客观地评价模型性能[33]。其中,精确率P表示模型对正样本的判别能力,召回率R表示模型对正样本的捕捉能力。然而P和R常常是一对相互制约的指标,为了综合考虑两者的效果,本文使用$F1$分数作为平衡综合指标,具体公式如下:

$$P=\frac{T_P}{T_P+F_P} \tag{10}$$

$$R=\frac{T_P}{T_P+F_N} \tag{11}$$

$$F1=2\times\frac{PR}{P+R} \tag{12}$$

式中,T_P表示真正为正的样本预测为正;F_P表示真正为负的样本预测为正;F_N表示真正为正的样本预测为负。

本文选取编号为36508的目标作为实验对象,从TLE样本数据特点方面探讨使用RGMM方法进行机动检测的原因。该目标于2010年4月发射,轨道高度为717 km,轨道倾角约为92°,平均每天发布1.8个TLE数据,自2010年以来发生了179次机动事件。本文首先利用TLE数据和SGP4轨道模型计算空间目标的轨道状态,然后将每个TLE外推至后续14个编目值所在历元,再计算半长轴的差值,从而得到120 820个TLE预报误差数据,具体结果如图2所示。图2(a)显示了大部分数据集中在±100 m以内,其中±10 m内的预报误差数据约占总数据量的90%,且其分布是不对称的,说明使用高斯混合模型是有必要的。图2(b)显示半长轴预报误差在10 m以外仍然存在着很多数据,且预报时间大于336 h的样本占总数据的2%左右。直接剔除这部分数据可能会导致GMM估计发生偏离,而全部保留这部分数据则难以保证不存在影响GMM估值的异常值,因此有必要采取一种折中的方案来降低可疑数据对GMM的影响。图2(c)显示大部分TLE的半长轴预报误差随着预报时间的延长而增长。基于半长轴变化量进行机动检测难以处理随时间变化的样本。图2(d)显示大部分数据的半长轴预报误差变化率在0.03左右,约占总数据量的20%,且半长轴预报误差变化率也是不对称的。因此,本文对TLE数据预处理后,采用RGMM对半长轴预报误差变化率进建模以进行机动检测。

为了说明RGMM的有效性,以编号36508目标为例,从概率密度拟合情况方面说明RGMM与GMM的区别。其中Gauss模型和GMM模型在机动检测前会对样本进行粗差剔除,误差分布拟合图及累积分布函数图结果如图3所示。从图3(a)可以看出,Gauss模型和GMM模型得到的概率密度图较宽,与直方图偏离较远。而RGMM得到的概率密度更窄,与原始数据的直方图更为贴合。这说明对可疑数据的不当处理会使得模型与样本偏离。图3(b)进一步展示了两种模型对异常值的敏感性。其中Abnormal数据表示加入TLE的可疑数据的样本,可以看出传统GMM模型明显受到了TLE异常值的影响。而由于抗差校正函数的作用,RGMM模型更为稳定,能免受可疑数据的影响。

为了客观说明RGMM的有效性,以编号36508目标为例,从TLE机动检测结果来说明RGMM与GMM的区别,具体结果见图4和表1。从图4可以看出,不同类别统计的机动事件被划分为4种检测结果。而Real类别为实际的机动事件,简化儒略日为5.7×10^4左右时,存在部分机动事件未被两种模型检测出,这可能与2013年下半年对TLE数据的生成方式改动有关[34]。从表1可知,RGMM不管是精确率、召回率还是$F1$分数均优于GMM模型。该结果表明,在TLE精度波动较大的情况下,对可疑数据的降权处理能够提高检测的准确率和召回率,提升了GMM在TLE数据受污染场景下机动检测的性能。

合理的参数设置是机动检测的重要影响因素,以下将结合$F1$分数指标,在原始数据集不变的情况下进行最优参数对比实验,结果见图5。从图5可以看出,采用抗差校正函数抵御异常值的影响后,机动检测的$F1$分数大部分在0.8左右。不同模型参数取值得到的$F1$分数存在明显差异,

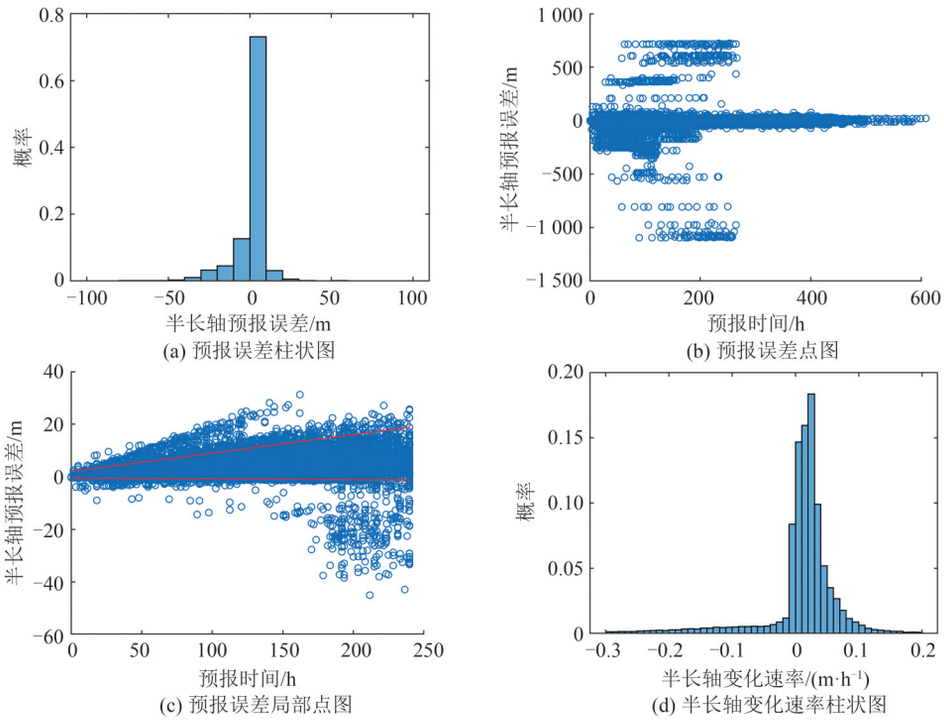


图 2　36508 目标的半长轴及变化速率图

Fig. 2　Semi-major Axis and Change Rate of No. 36508

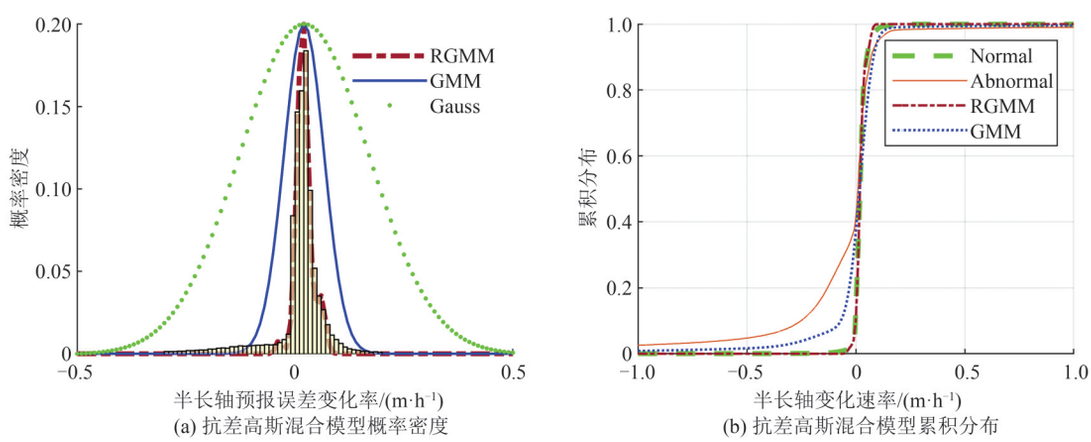


图 3　36508 目标的概率密度及累积分布图

Fig. 3　Probability Density and Cumulative Distribution of No. 36508

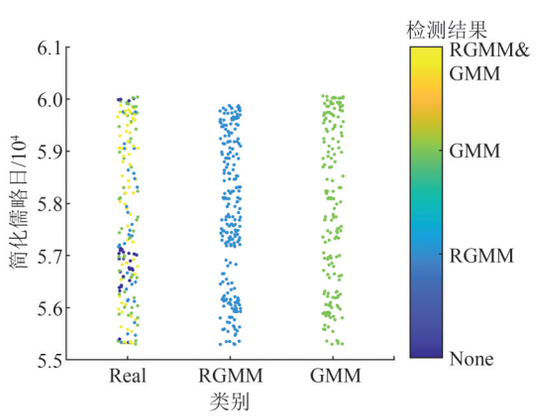


图 4　机动检测结果

Fig. 4　Maneuver Detection Results

表 1　36508 目标机动检测结果

Table 1　Maneuver Detection Results of No. 36508

目标编号	已知机动次数	RGMM			GMM		
		精确率/%	召回率/%	$F1$分数/%	精确率/%	召回率/%	$F1$分数/%
36508	179	75.9	88.3	81.7	68.5	68.2	68.3

因此微调模型参数对机动检测性能的影响不容忽视。尽管图 5 中的 $F1$ 分数并未呈现明显的线性关系,但对于蓝色较小的 $F1$ 分数进行分析可以发现,这些 $F1$ 分数主要位于反对角线的左下角,表明 c_0 和 c_1 值不能同时取小值。考虑到模型参数与 TLE 样本特性密切相关,为了获得令人满意

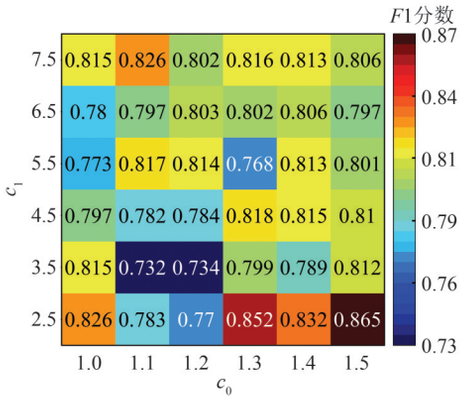


图5 不同参数下机动检测$F1$分数

Fig. 5 $F1$-Score of Maneuver Detection Using Different Parameters

的处理结果,应根据样本实际的误差水平来选择适当的参数。由于$F1$分数不存在极端值,以$F1$平均值作为选取c_0和c_1值的依据。在本机动检测实验中,c_0=1.5时,得到的$F1$均值最高,而c_1=2.5时,$F1$均值最高,因此将上述参数值作为RGMM的默认参数,并在后续实验中予以采用。

为了进一步验证RGMM的有效性,采用相同的模型参数,选取19颗带有1 583次机动事件记录的卫星进行实验。这些卫星的机动事件可从国际星载多谱勒无线电定轨定位系统服务获取。目标的详细情况见图6和表2,机动检测结果见图7。

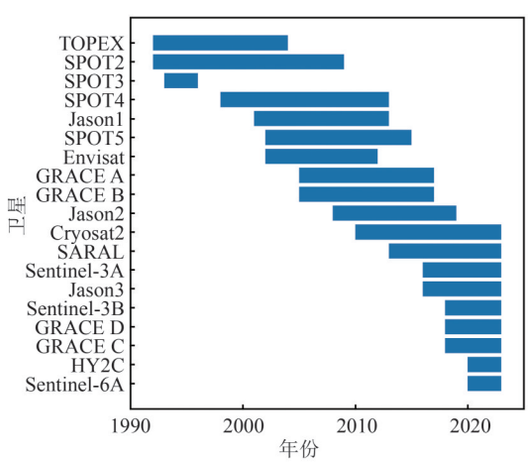


图6 所选目标时间跨度

Fig. 6 Time Duration of Selected Targets

从图7可以看出,由于19颗卫星的机动检测实验采用了相同的模型参数,与36508目标的机动检测结果相比,RGMM的精确率有所下降。但这可通过对不同目标的RGMM参数进行微调,以进一步提高机动检测性能。鉴于大多数空间目标编目的稳定性,结合参数微调方法,RGMM在机动检测中仍有相当的实用性。此

表2 选定空间目标概况

Table 2 Summary of Selected Space Targets

编号	卫星名称	轨道周期/min	轨道高度/km	轨道倾角/(°)	平均更新频率/(次·d^{-1})
36508	Cryosat2	99	715	92	1.8
27386	Envisat	101	785	99	3.0
27391	GRACE A	94	489	89	1.5
27392	GRACE B	94	489	89	1.5
43476	GRACE C	95	491	89	2.3
43477	GRACE D	95	491	89	2.3
46469	HY2C	104	950	66	3.9
26997	Jason1	112	1336	66	1.1
33105	Jason2	112	1336	66	1.5
41240	Jason3	112	1336	66	2.7
41335	Sentinel-3A	101	800	99	4.1
43437	Sentinel-3B	101	800	99	2.1
46984	Sentinel-6A	112	1336	66	2.9
20436	SPOT2	101	822	99	2.3
22823	SPOT3	101	822	99	1.3
25260	SPOT4	101	822	99	3.1
27421	SPOT5	101	822	99	3.3
39086	SARAL	101	781	99	1.9
22076	TOPEX	112	1336	66	1.1

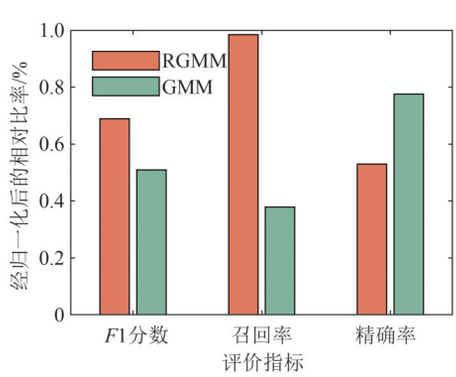


图7 不同模型机动检测性能对比

Fig. 7 Performance Comparison of Different Models for Maneuver Detection

外,需要强调的是精确率和召回率同等重要。尽管RGMM召回率提高60.6%是以一定的精确率为代价,但作为综合指标的$F1$分数仍然提高了18%。这表明通过抗差校正函数对响应度进行校正,可以提升机动检测的综合性能。RGMM召回率和$F1$分数的优势对机动事件敏感的任务具有重要意义,并为进一步了解空间目标的运动模式和轨道情况奠定了基础。

3 结 语

针对TLE数据异常值较多时GMM表现较差

的问题,本文提出了一种RGMM,并以典型目标TLE数据为例,验证了其在机动检测中的有效性。结果表明:(1)相比于半长轴变化量,对TLE半长轴预报误差变化率建模以进行机动检测更为合适。(2)RGMM模型在传统GMM模型的基础上引入了抗差校正函数,可以更好地处理可疑数据,提高模型的鲁棒性。(3)RGMM保持较高精确率的前提下能显著提高召回率,进而提升机动检测综合性能。这对于空间态势感知中机动事件敏感的任务具有重要意义。另外,本文RGMM模型的参数设置需要根据样本的噪声水平进行调整,这可能带来一定的主观性。因此,在未来的研究中,将进一步优化参数的选择方法。

参 考 文 献

[1] Public Catalog Object Count[EB/OL]. [2023-09-15]. https://www.space-track.org/#/spaceOpsTempo.

[2] 桑吉章, 李彬, 刘宏康. 空间碎片轨道协方差传播及其动态校正[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12): 2139-2146.
SANG Jizhang, LI Bin, LIU Hongkang. Orbital Covariance Propagation of Space Debris and Its Dynamic Calibration[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2139-2146.

[3] 邵振峰, 陈金龙, 吴长枝, 等. 通导遥融合的复杂环境实时感知服务[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(7): 1100-1105.
SHAO Zhenfeng, CHEN Jinlong, WU Changzhi, et al. Communication, Navigation, and Remote Sensing Fusion on Real-Time Complex Environment Perception Services[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(7): 1100-1105.

[4] 雷祥旭, 桑吉章, 李振伟, 等. 低轨空间目标甚短弧初轨关联[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(10): 1526-1532.
LEI Xiangxu, SANG Jizhang, LI Zhenwei, et al. Association of Very-Short-Arc Angles Data for LEO Space Objects[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(10): 1526-1532.

[5] 刘磊. 空间目标轨道机动探测研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2019.
LIU Lei. Researches on Orbital Maneuver Detection of Space Objects[D]. Wuhan: Wuhan University, 2019.

[6] GREAVES J A, SCHEERES D J. Observation and Maneuver Detection for Cislunar Vehicles[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2021, 68(4): 826-854.

[7] ZHOU X Y, QIN T, JI M J, et al. A LSTM Assisted Orbit Determination Algorithm for Spacecraft Executing Continuous Maneuver[J]. *Acta Astronautica*, 2023, 204: 568-582.

[8] QIN Z W, ZHANG Q, HUANG G W, et al. BDS Orbit Maneuver Detection Based on Epoch-Updated Orbits Estimated by SRIF[J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(10): 2558.

[9] FAN L H, TU R, ZHANG R, et al. An Orbit Maneuver Detection Method Based on Orbital Elements for BeiDou GEO and IGSO Satellites[J]. *Advances in Space Research*, 2022, 69(10): 3644-3654.

[10] 赵广宇. 利用高斯混合模型拟合空间目标允许域概率分布的轨道确定[D]. 武汉: 武汉大学, 2020.
ZHAO Guangyu. Orbit Determination by Fitting Probability Distribution on Space Object Admissible Region Using Gaussian Mixed Model[D]. Wuhan University, 2022.

[11] Kelecy T, Hall D, Hamada K, et al. Satellite Maneuver Detection Using Two-Line Element (TLE) Data[C]//The Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference, Maui, Hawaii, USA, 2007.

[12] PATERA R P. Space Event Detection Method[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, 45(3): 554-559.

[13] 王庆瑞, 邹江威, 吴文振, 等. 基于Neyman-Pearson准则的空间目标轨道机动检测方法[J]. 中国空间科学技术, 2021, 41(2): 96-103.
WANG Qingrui, ZOU Jiangwei, WU Wenzhen, et al. Orbital Maneuver Detection Method of Space Target Based on Neyman-Pearson Criterion[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2021, 41(2): 96-103.

[14] SONG W D, WANG R L, WANG J. A Simple and Valid Analysis Method for Orbit Anomaly Detection[J]. *Advances in Space Research*, 2012, 49(2): 386-391.

[15] 杨旭, 刘静, 吴相彬, 等. 利用TLE数据分析LEO卫星轨道异常的新方法: 综合判据法[J]. 空间科学学报, 2011, 31(2): 223-228.
YANG Xu, LIU Jing, WU Xiangbin, et al. New Method to Analyse the Orbital Abnormal of LEO Satellite Using TLE Data—Compositive Criterion[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2011, 31(2): 223-228.

[16] LEMMENS S, KRAG H. Two-Line-Elements-Based Maneuver Detection Methods for Satellites in Low Earth Orbit[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(3): 860-868.

[17] 刘二江, 闫野, 杨跃能. 基于TLE数据的航天器轨道异常检测[C]//第一届中国空天安全会议, 中国烟台, 2015.
LIU Erjiang, YAN Ye, YANG Yueneng. Spacecraft

Orbit Anomaly Detection Based on TLE Data [C]// The 1st China Aerospace Security Conference, Yantai, China, 2015.

[18] 许晓丽, 熊永清. 基于历史TLE的空间目标轨道预报误差演化规律研究[J]. 天文学报, 2019, 60(4): 28-40.
XU Xiaoli, XIONG Yongqing. Study on Orbit Prediction Error of Space Objects Based on Historical TLE [J]. *Acta Astronomica Sinica*, 2019, 60(4): 28-40.

[19] SHEN D, SHEAFF C, LU J Y, et al. Adaptive Markov Inference Game Optimization (AMIGO) for Rapid Discovery of Satellite Behaviors[C]//Sensors and Systems for Space Applications XII, Baltimore, USA, 2019.

[20] SHEN D, SHEAFF C, GUO M Q, et al. Enhanced GANs for Satellite Behavior Discovery[C]//Sensors and Systems for Space Applications XIII, Online, 2020.

[21] TARIQ S, LEE S, SHIN Y, et al. Detecting Anomalies in Space Using Multivariate Convolutional LSTM with Mixtures of Probabilistic PCA [C]// The 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining, Anchorage, AK, USA, 2019.

[22] MORTLOCK T, KASSAS Z M. Assessing Machine Learning for LEO Satellite Orbit Determination in Simultaneous Tracking and Navigation[C]//IEEE Aerospace Conference (50100), SkyBig, MT, USA, 2021.

[23] WANG Y R, BAI X L, PENG H, et al. Gaussian-Binary Classification for Resident Space Object Maneuver Detection[J]. *Acta Astronautica*, 2021, 187: 438-446.

[24] WANG D F, LI F. A Machine Learning Method for the Orbit State Classification of Large LEO Constellation Satellites [J]. *Advances in Space Research*, 2023, 71(3): 1644-1656.

[25] LIU J H, LIU L, DU J L, et al. TLE Outlier Detection Based on Expectation Maximization Algorithm [J]. *Advances in Space Research*, 2021, 68(7): 2695-2712.

[26] 徐辛超, 李旭佳, 徐彦田, 等. 一种适合垂直镜头的实时跨镜连续跟踪方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(8): 1247-1258.
XU Xinchao, LI Xujia, XU Yantian, et al. A Real-Time Cross-Lens Continuous Tracking Method for Vertical Mounted Cameras[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(8): 1247-1258.

[27] LEGENDRE P, DEGUINE B, GARMIER R, et al. Two Line Element Accuracy Assessment Based on a Mixture of Gaussian Laws[C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Keystone, Colorado, USA, 2006.

[28] 李扬涛, 包腾飞, 李田雨. 深水大坝缺陷鲁棒实时检测方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2025, 50(4): 684-698.
LI Yangtao, BAO Tengfei, LI Tianyu. A Robust Real-Time Detection Method for Deepwater Dam Defects[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(4): 684-698.

[29] 彭飞, 王中, 孟庆旭, 等. EM算法在p范混合模型参数估计中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(9): 1432-1438.
PENG Fei, WANG Zhong, MENG Qingxu, et al. Application of EM Algorithm in Parameter Estimation of P-Norm Mixture Model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1432-1438.

[30] 方兴, 黄李雄, 曾文宪, 等. 稳健估计的一种改进迭代算法[J]. 测绘学报, 2018, 47(10): 1301-1306.
FANG Xing, HUANG Lixiong, ZENG Wenxian, et al. On an Improved Iterative Reweighted Least Squares Algorithm in Robust Estimation[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2018, 47(10): 1301-1306.

[31] 赵昂, 杨元喜, 许扬胤, 等. 一种使用抗差估计的保护水平重构方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(1): 96-102.
ZHAO Ang, YANG Yuanxi, XU Yangyin, et al. A Method of Protection Level Reconstruction Based on Robust Estimation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(1): 96-102.

[32] 李涛, 黄昊, 陈磊. 利用预报误差分布拟合实现卫星历史轨道机动检测的方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(2): 114-120.
LI Tao, HUANG Hao, CHEN Lei. Method to Detect Satellite Historical Orbit Maneuver Based on Fitting of Prediction Error Distribution[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2020, 42(2): 114-120.

[33] 王艳丽, 董志鹏, 王密. 基于双路卷积神经网络的高分辨率遥感影像浒苔检测方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(12): 2261-2270.
WANG Yanli, DONG Zhipeng, WANG Mi. Ulva Polifera Detection from High Resolution Remote Sensing Images Based on Dual-Path Convolutional Neural Networks[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(12): 2261-2270.

[34] 刘劲宏, 桑吉章, 刘宏康. 基于单纯形法的TLE轨道确定[J]. 空间科学学报, 2020, 40(6): 1102-1108.
LIU Jinhong, SANG Jizhang, LIU Hongkang. TLE Orbital Determination Based on Simplex Method [J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2020, 40(6): 1102-1108.